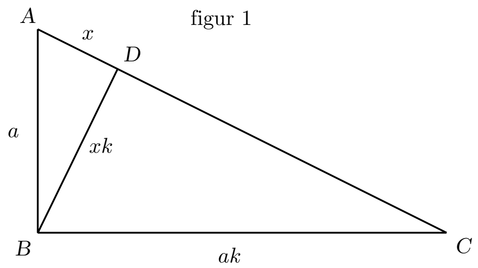
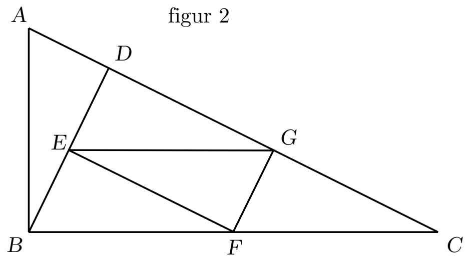
LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Gunnar Fogelberg

APRILPROBLEMET - 2000

Problem: Finns det rätvinkliga trianglar som kan delas upp i fem kongruenta trianglar, likformiga med den givna triangeln?





Lösning: Man kan lämpligen pröva med att dela den givna triangeln så att den korta kateten blir hypotenusa i en av deltrianglarna.
Med beteckning enligt figur 1 får vi:
Eftersom $\triangle ADB \sim \triangle ABC$ kan vi, om vi sätter $AB = a$ och $BC = ak$ (med $k \geq 1$), teckna sidan $AD = x$ och därmed är sidan $DB = xk$.

Fem deltrianglar utgör hela triangeln. Detta innebär att
$\frac{a \cdot ak}{2} = 5 \cdot \frac{x \cdot xk}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a^2 = 5x^2$. Pythagoras sats i $\triangle ADB$ ger sedan:
$a^2 = x^2 + x^2k^2$ men $a^2 = 5x^2$ och således har vi $5x^2 = x^2(k^2 + 1)$ eller $k^2 + 1 = 5$. Således erhåller vi $k = 2$.
I figur 2 ser vi att denna lösning kan förverkligas, dvs

$$\triangle ADB \cong \triangle EDG \cong \triangle BEF \cong \triangle GFE \cong \triangle FGC\,.$$

Uppgift: Kan man dela upp någon rätvinklig triangel i 10 kongruenta deltrianglar?

Av figur 3 framgår att endast halva liksidiga trianglar $(30° - 60° - 90°)$ kan delas upp i tre kongruenta deltrianglar.